

CAPITULO 9

METODOLOGÍA GENERAL PARA EL ANÁLISIS DE FALLAS

9.1 INTRODUCCIÓN

El análisis de fallas en sistemas eléctricos ha evolucionado a la par que las herramientas de cálculo numérico. Los primeros estudios recibieron el nombre genérico de cortocircuito y a la fecha todavía se le aplica este nombre, asignado al análisis de fallas trifásicas en sistemas eléctricos, bajo ciertas suposiciones que simplificaban el análisis. Actualmente, es posible realizar simulaciones sobre una variedad de sistemas y fallas y bajo un menor número de suposiciones, con lo que se permite obtener resultados más precisos para la coordinación de protecciones en redes eléctricas. Estas simulaciones se conjuntan en lo que se ha dado a conocer bajo el nombre de análisis generalizado de fallas.

Esta metodología permite el análisis sistemático de fallas balanceadas o desbalanceadas en un sistema eléctrico de potencia o distribución. Estas fallas, normalmente se clasifican en:

Fallas en Derivación:

- Línea a tierra.
- Doble línea a tierra.
- Entre líneas.
- Trifásica a tierra.
- Trifásica sin aterrizar.

Fallas Serie:

- Una fase abierta
- Dos fases abiertas

Los requerimientos de información de esta metodología son los siguientes:

- Redes de secuencia positiva, negativa y cero del sistema eléctrico (matrices de admitancias nodales de secuencias).
- Condiciones de prefalla del sistema (voltajes complejos nodales), las cuales se obtienen mediante un estudio de flujos.

Generalmente, se considera que las redes de secuencias positiva y negativa son idénticas, sin considerar las fuentes de voltaje, las cuales solo existen en la red de secuencia positiva, debido a que se considera condiciones de prefalla balanceadas.

La red de secuencia cero dependerá de la red de alimentación (acoplamientos mutuos) y del tipo de generadores y transformadores incluidos en el sistema eléctrico.

9.2 SIMULACIÓN DE FALLAS EN DERIVACIÓN

En un sistema eléctrico de n nodos, se presenta una falla en derivación en el nodo q . Una situación general se muestra en la Figura 9.1.

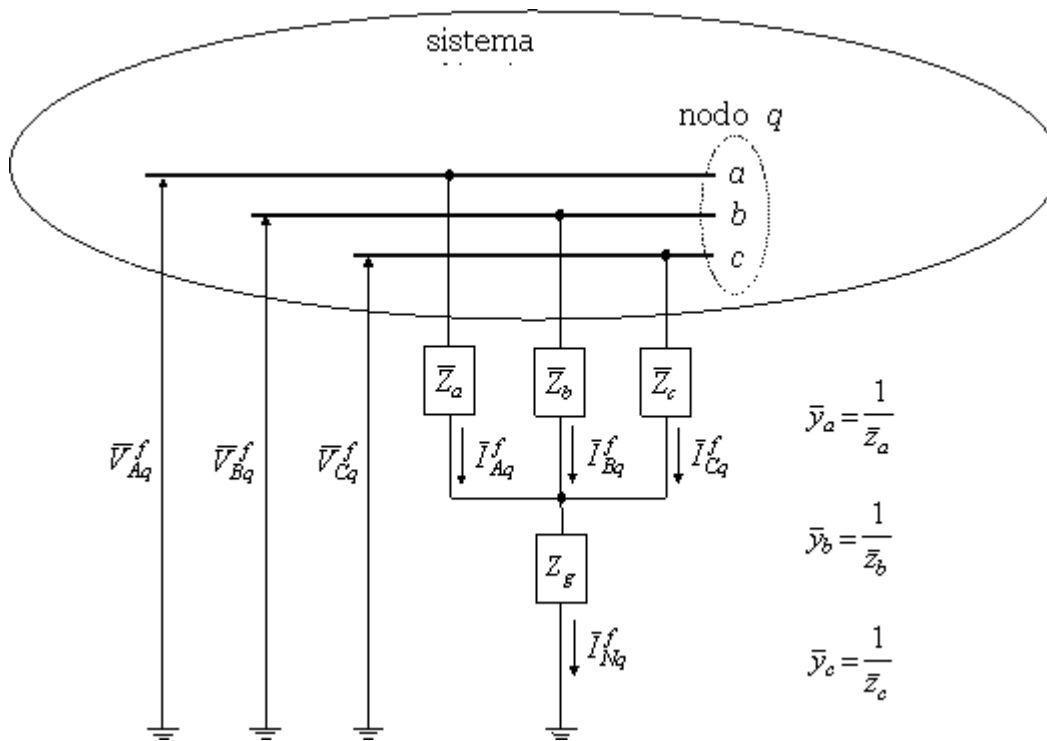


Figura 9.1 Situación general de una falla en derivación ocurriendo en el nodo q del sistema eléctrico.

Las relaciones voltaje-corriente de la Figura 9.1 se expresan matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{Aq}^f \\ \bar{V}_{Bq}^f \\ \bar{V}_{Cq}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_b + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_c + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{Aq}^f \\ \bar{I}_{Bq}^f \\ \bar{I}_{Cq}^f \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

y además:

$$\bar{I}_{Nq}^f = \bar{I}_{Aq}^f + \bar{I}_{Bq}^f + \bar{I}_{Cq}^f$$

Compactando la ecuación (9.1):

$$\bar{V}_{ABCq}^f = Z_{ABC}^f \bar{I}_{ABCq}^f \quad (9.2)$$

donde:

$$Z_{ABC}^f = \begin{bmatrix} Z_a + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_b + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_c + Z_g \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

En términos de admitancias, la ecuación (9.2) se convierte en la siguiente:

$$I_{ABCq}^f = Y_{ABC}^f V_{ABCq}^f \quad (9.4)$$

donde:

$$Y_{ABC}^f = (Z_{ABC}^f)^{-1} \quad (9.5)$$

Pasando al marco de referencia de las componentes simétricas:

$$V_{ABCq}^f = T V_{012q}^f = Z_{ABC}^f T I_{012q}^f$$

Premultiplicando por T^{-1} :

$$V_{012q}^f = T^{-1} Z_{ABC}^f T I_{012q}^f$$

La expresión anterior puede describirse como:

$$V_{012q}^f = Z_{012}^f I_{012q}^f \quad (9.6)$$

donde:

$$Z_{012q}^f = T^{-1} Z_{ABC}^f T \quad (9.7)$$

donde T es la matriz de transformación de componentes simétricas, definida como:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

y su inversa:

$$T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (9.9)$$

donde:

$$\alpha = 1 \angle 120^\circ; \alpha^2 = 1 \angle 240^\circ = -1 \angle 120^\circ.$$

En términos de admitancias:

$$I_{012}^f = Y_{012}^f V_{012}^f \quad (9.10)$$

donde:

$$\bar{Y}_{012}^f = T^{-1} \bar{Y}_{ABC}^f T \quad (9.11)$$

Se puede demostrar (después de mucha álgebra) que la matriz de admitancias de falla, desde el punto de vista de secuencias es la siguiente:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{Y_g + Y_a + Y_b + Y_c} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{3} Y_g (Y_a + Y_b + Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha^2 Y_b + \alpha Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha Y_b + \alpha^2 Y_c) \\ \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha Y_b + \alpha^2 Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + Y_b + Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha^2 Y_b + \alpha Y_c) \\ \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha^2 Y_b + \alpha Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + \alpha Y_b + \alpha^2 Y_c) & \frac{1}{3} Y_g (Y_a + Y_b + Y_c) \end{bmatrix} \quad (9.12)$$

Del circuito de la Figura 9.1, se puede obtener las expresiones para las distintas fallas en derivación, incluyendo la opción de su conexión a tierra (sólidamente o a través de la impedancia Z_g).

9.2.1 Falla de Línea a Tierra

En este caso, se supone a la fase a como la fase donde ocurre la falla. Entonces,

$$Z_b = Z_c = \infty; Y_b = Y_c = 0$$

Debido a que las fallas desbalanceadas son más sencillas de manejar desde el punto de vista de componentes simétricas, y que las admitancias de falla no introducen indeterminaciones, es conveniente (y necesario) calcular la matriz de admitancias de falla, de modo que la matriz (9.12) se simplifica a la siguiente:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{Y_g + Y_a} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a \\ \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a \\ \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a & \frac{1}{3} Y_g Y_a \end{bmatrix}$$

y de aquí,

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g Y_a}{Y_g + Y_a} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.13)$$

Si la falla de línea a tierra está sólidamente aterrizada, entonces $Y_g = \infty$. Por lo tanto,

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g Y_a \left(\frac{1}{Y_g} \right)}{\left(Y_g + Y_a \right) \left(\frac{1}{Y_g} \right)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \frac{Y_a}{1 + \frac{Y_a}{Y_g}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Haciendo $Y^f = Y_a = \frac{1}{Z_f}$, la matriz de admitancias de falla resulta en la siguiente:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.14)$$

En caso de que la fase b sea la fallada, entonces, la matriz de falla será:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ a & 1 & a^2 \\ a^2 & a & 1 \end{bmatrix} \quad (9.15)$$

En caso de que la fase c sea la fallada, la matriz de falla será:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.16)$$

9.2.2 Falla de Doble Línea a Tierra

Para simular este tipo de falla, se supondrá que en las fases a y b ocurre la falla, de modo que:

$$Z_c = \infty, Y_c = 0.$$

Entonces, substituyendo estos valores y factorizando el término $1/3 Y_g$, la matriz de admitancias de falla (9.12) se simplifica a la siguiente:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g}{Y_g + Y_a + Y_b} \begin{bmatrix} Y_a + Y_b & Y_a + \alpha^2 Y_b & Y_a + \alpha Y_b \\ Y_a + \alpha Y_b & Y_a + Y_b + 3 \frac{Y_a Y_b}{Y_g} & Y_a + \alpha^2 Y_b - 3\alpha \frac{Y_a Y_b}{Y_g} \\ Y_a + \alpha^2 Y_b & Y_a + Y_b - 3\alpha^2 \frac{Y_a Y_b}{Y_g} & Y_a + Y_b + 3 \frac{Y_a Y_b}{Y_g} \end{bmatrix}$$

Si se supone que $Y_a = Y_b = Y^f$, se obtiene:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g}{Y_g + 2Y^f} \begin{bmatrix} 2Y^f & Y^f + \alpha^2 Y^f & Y^f + \alpha Y^f \\ Y^f + \alpha Y^f & 2Y^f + \frac{3(Y^f)^2}{Y_g} & Y^f + \alpha^2 Y^f - \frac{3\alpha(Y^f)^2}{Y_g} \\ Y^f + \alpha^2 Y^f & Y^f + \alpha Y^f - \frac{3\alpha^2(Y^f)^2}{Y_g} & 2Y^f + \frac{3(Y^f)^2}{Y_g} \end{bmatrix}$$

Dividiendo arriba y abajo entre Y_g y aplicando $Y_g = \infty$:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 2 & 1 + \alpha^2 & 1 + \alpha \\ 1 + \alpha & 2 & 1 + \alpha^2 \\ 1 + \alpha^2 & 1 + \alpha & 2 \end{bmatrix}$$

o también,

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 2 & -\alpha & -\alpha^2 \\ -\alpha^2 & 2 & -\alpha \\ -\alpha & -\alpha^2 & 2 \end{bmatrix}$$

(9.17)

Esta matriz mostrará cambios si se considera que el par de fases falladas es otro. Por ejemplo, si

ahora se tiene falladas a las fases b y c , entonces $Z_a = \infty, Y_a = 0$, de modo que la matriz de falla será la siguiente:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g}{Y_g + Y_b + Y_c} \begin{bmatrix} Y_b + Y_c & a^2 Y_b + a Y_c & a Y_b + a^2 Y_c \\ a Y_b + a^2 Y_c & Y_b + Y_c + 3 \frac{Y_b Y_c}{Y_g} & a^2 Y_b + a Y_c - 3 \frac{Y_b Y_c}{Y_g} \\ a^2 Y_b + a Y_c & a Y_b + a^2 Y_c - 3 \frac{Y_b Y_c}{Y_g} & Y_b + Y_c + 3 \frac{Y_b Y_c}{Y_g} \end{bmatrix}$$

Dividiendo arriba y abajo entre Y_g y aplicando $Y_g = \infty$, se obtiene:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Y_b + Y_c & a^2 Y_b + a Y_c & a Y_b + a^2 Y_c \\ a Y_b + a^2 Y_c & Y_b + Y_c & a^2 Y_b + a Y_c \\ a^2 Y_b + a Y_c & a Y_b + a^2 Y_c & Y_b + Y_c \end{bmatrix} \quad (9.18)$$

Si se supone que $Y_b = Y_c = Y^f$, entonces:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9.19)$$

En el caso de que las fases falladas fueran a y c , entonces, el resultado sería el siguiente:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{3} Y^f \begin{bmatrix} 2 & -a^2 & -a \\ -a & 2 & -a^2 \\ -a^2 & -a & 2 \end{bmatrix} \quad (9.20)$$

9.2.3 Falla Entre Líneas

Para simular este tipo de falla, se supondrá que las fases donde ocurre la falla son las fases b y c , de modo que $Z_a = \infty, Z_g = \infty$, siendo equivalente a que $Y_a = Y_g = 0$. Entonces, la matriz de admitancias de falla es:

$$Y_{012}^f = \frac{1}{Y_b + Y_c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_b Y_c & -Y_b Y_c \\ 0 & -Y_b Y_c & Y_b Y_c \end{bmatrix}$$

Si $\mathcal{Y}_b = \mathcal{Y}_c = \mathcal{Y}^f$, entonces:

$$\overline{\mathcal{Y}}_{012}^f = \frac{1}{2\mathcal{Y}^f} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\mathcal{Y}^f)^2 & -(\mathcal{Y}^f)^2 \\ 0 & -(\mathcal{Y}^f)^2 & (\mathcal{Y}^f)^2 \end{bmatrix} = \frac{\mathcal{Y}^f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.21)$$

Cuando las fases a y b son las falladas, la matriz de admitancias de falla resulta en la siguiente:

$$\overline{\mathcal{Y}}_{012}^f = \frac{\mathcal{Y}^f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\alpha \\ 0 & -\alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.22)$$

mientras que cuando las fases a y c son las que resultan afectadas:

$$\overline{\mathcal{Y}}_{012}^f = \frac{\mathcal{Y}^f}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\alpha^2 \\ 0 & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (9.23)$$

Debe notarse que, debido a que no hay una conexión física a tierra para este tipo de falla, no hay admitancias de falla para la secuencia cero. Esto se corrobora cuando se obtiene los modelos de transformadores trifásicos en el marco de referencia de secuencias, para conexiones que no tienen conexión al neutro.

9.2.4 Falla Trifásica sin Aterrizar

Para simular este tipo de falla, se tiene $Z_g = \infty$, siendo equivalente a que $\mathcal{Y}_g = 0$. Entonces, la matriz de admitancias de falla es la siguiente:

$$\overline{\mathcal{Y}}_{012}^f = \frac{1}{\mathcal{Y}_a + \mathcal{Y}_b + \mathcal{Y}_c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_b + \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_c + \mathcal{Y}_b \mathcal{Y}_c & -(\alpha^2 \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_b + \alpha \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_c + \mathcal{Y}_b \mathcal{Y}_c) \\ 0 & -(\alpha^2 \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_b + \alpha \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_c + \mathcal{Y}_b \mathcal{Y}_c) & \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_b + \mathcal{Y}_a \mathcal{Y}_c + \mathcal{Y}_b \mathcal{Y}_c \end{bmatrix} \quad (9.24)$$

Si se supone que $\mathcal{Y}_a = \mathcal{Y}_b = \mathcal{Y}_c = \mathcal{Y}^f$, entonces:

$$\overline{\mathcal{Y}}_{012}^f = \frac{\mathcal{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -(1 + \alpha + \alpha^2) \\ 0 & -(1 + \alpha + \alpha^2) & 3 \end{bmatrix} = \frac{\mathcal{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Lo cual resulta en:

$$\mathbf{Y}_{012}^f = \mathbf{Y}^f \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.25)$$

Nótese que nuevamente se cumple que no hay admitancia para la secuencia cero, debido a que no existe una conexión física a tierra entre las fases y tierra.

9.2.5 Falla Trifásica Aterrizada

Este caso corresponde exactamente al circuito de la Figura 9.1, de modo que la matriz de admitancias de falla en componentes de secuencia está dada en (9.12):

$$\mathbf{Y}_{012}^f = \frac{1}{\mathbf{Y}_g + \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a^2\mathbf{Y}_b + a\mathbf{Y}_c) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_c) \\ \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_c) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_c) + (\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_c + \mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_c) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_c) - (\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_c + a\mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_c) \\ \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a^2\mathbf{Y}_b + a\mathbf{Y}_c) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + a\mathbf{Y}_b + a^2\mathbf{Y}_c) - (\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_c + a\mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_c + a^2\mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_b) & \frac{1}{3}\mathbf{Y}_g(\mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c) + (\mathbf{Y}_b\mathbf{Y}_c + \mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_a\mathbf{Y}_c) \end{bmatrix} \quad (9.26)$$

Si se supone que $\mathbf{Y}_a = \mathbf{Y}_b = \mathbf{Y}_c = \mathbf{Y}^f$, entonces la matriz de falla es:

$$\mathbf{Y}_{012}^f = \frac{1}{3\mathbf{Y}_g + 3\mathbf{Y}^f} \begin{bmatrix} 3 & (1+a+a^2) & (1+a+a^2) \\ (1+a+a^2) & 3+3\mathbf{Y}^f \frac{3}{\mathbf{Y}_g} & (1+a+a^2) - \frac{3}{\mathbf{Y}_g}(a^2+a+1)\mathbf{Y}^f \\ (1+a^2+a) & (1+a+a^2) - \frac{1}{3\mathbf{Y}_g}(a^2+a+1)\mathbf{Y}^f & 3+3\mathbf{Y}^f \frac{3}{\mathbf{Y}_g} \end{bmatrix}$$

observándose que todos los elementos no diagonales son cero, de modo que:

$$\overline{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \frac{Y_g Y^f}{Y_g + 3Y^f} \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 3 + 9 \frac{Y^f}{Y_g} & \\ & & 3 + 9 \frac{Y^f}{Y_g} \end{bmatrix}$$

y de aquí,

$$\overline{Y}_{012}^f = \frac{Y_g Y^f}{Y_g + 3Y^f} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 + 3 \frac{Y^f}{Y_g} & \\ & & 1 + 3 \frac{Y^f}{Y_g} \end{bmatrix} \quad (9.27)$$

Ahora, si se supone que la falla está sólidamente aterrizada, entonces $\overline{Y}_g = \infty$, y dividiendo arriba y abajo entre esta admitancia a la matriz anterior, se obtiene lo siguiente:

$$\overline{Y}_{012}^f = Y^f \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (9.28)$$

9.3 CÁLCULO DE CORRIENTES Y VOLTAJES DE FALLA

Una vez que se tiene definida la matriz de admitancias de falla, $\overline{Y}_{012}^f$, para el tipo de falla en derivación deseada, y las condiciones de prefalla se conocen, se está en condiciones de calcular corrientes y voltajes de falla.

Para condiciones de prefalla *balanceadas*, los voltajes de secuencia en todos los n nodos del sistema eléctrico son:

$$\bar{V}_{012\text{NODAL}}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{V}_1^0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \bar{V}_n^0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.29)$$

donde los tres primeros valores corresponden a los voltajes de secuencias cero, positiva y negativa del nodo 1, y así sucesivamente. El superíndice 0 indica valor de prefalla.

Los voltajes después de la falla, aplicando el Teorema de Thevenin, se calculan en la forma:

$$\bar{V}_{012\text{NODAL}}^f = \bar{V}_{012\text{NODAL}}^0 + \bar{Z}_{\text{NODAL}}^{012} \bar{I}_{012\text{NODAL}}^f \quad (9.30)$$

donde $\bar{Z}_{\text{NODAL}}^{012}$ es la matriz de impedancias nodal del sistema, la cual se calcula eliminando todas las fuentes de voltaje, substituyéndolas por inyecciones de corriente, tal como se muestra en las figuras 9.2(a) y 9.2(b), respectivamente.

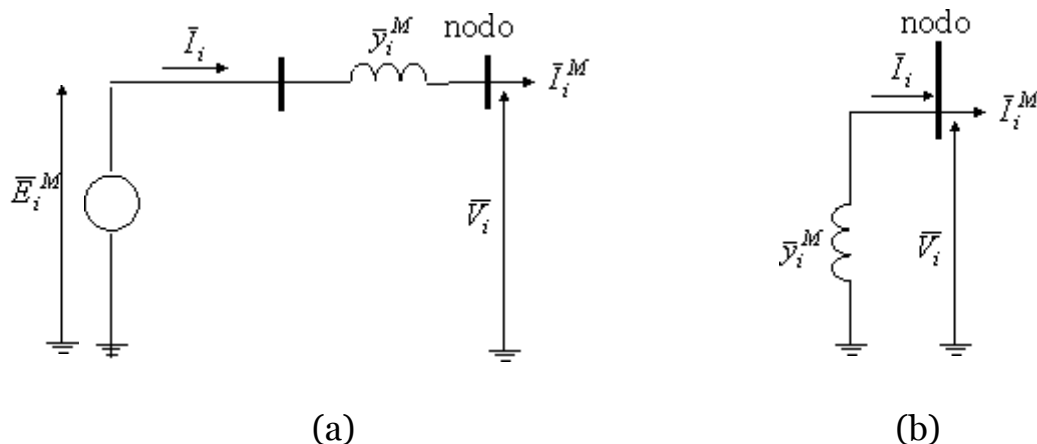


Figura 9.2. Aplicación del Teorema de Thevenin para el cálculo de la matriz de impedancias nodal.
(a) red original, (b) circuito resultante de cortocircuitar la fuente de voltaje.

Las variables mostradas en la figura anterior se definen como sigue:

- $\bar{I}_i$ = Corriente producida por el generador i .
- $\bar{I}_i^M$ = Corriente neta inyectada al nodo i por el generador M .
- $\bar{E}_i^M$ = Voltaje síncrono interno del generador M .

$\bar{V}_i$ = Voltaje complejo medido en el nodo i .

$\bar{Y}_i^M$ = Admitancia síncrona interna del generador M .

Las inyecciones de corriente mostradas en la Figura 9.2 se determinan bajo condiciones de prefalla, mediante un estudio de flujos de potencia.

En la ecuación (9.30), $\bar{I}_{012NODAL}^f$ es el vector de corrientes cuyas componentes son las corrientes de falla inyectadas en los nodos del sistema. Debido a que únicamente se inyecta al sistema la corriente de falla en el nodo q , con un total de $-\bar{I}_{012,q}^f$, $\bar{I}_{012NODAL}^f$ puede escribirse como:

$$\bar{I}_{012NODAL}^f = -\bar{I}_{012,q}^f \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.31)$$

donde $\bar{I}_{012,q}^f$ contiene la corriente de falla de las secuencias positiva (1), negativa (2) y cero (0) en el nodo q . Cada cero en (9.31), en realidad representa un valor de cero para las tres secuencias.

Substituyendo (9.31) en (9.30):

$$\bar{V}_{012NODAL}^f = \bar{V}_{012NODAL}^0 + Z_{NODAL}^{012} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} - \bar{I}_{012,q}^f$$

Desarrollando la expresión anterior resulta:

$$\bar{V}_{012,1}^f = \bar{V}_{012,1}^0 - Z_{1q}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

$$\bar{V}_{012,2}^f = \bar{V}_{012,2}^0 - Z_{2q}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{012,q}^f &= \bar{V}_{012,q}^0 - Z_{qq}^{012} I_{012,q}^f \\ &\vdots \\ \bar{V}_{012,n}^f &= \bar{V}_{012,n}^0 - Z_{nq}^{012} I_{012,q}^f \end{aligned}$$

Como se observa, únicamente se usa la columna q de la matriz de impedancias nodal de secuencias. Esto permite aplicar un método para invertir la matriz de admitancias nodal por columnas.

Rescribiendo la expresión:

$$\bar{V}_{012,q}^f = \bar{V}_{012,q}^0 - Z_{qq}^{012} I_{012,q}^f$$

en la siguiente forma:

$$Z_{012}^f I_{012,q}^f = \bar{V}_{012,q}^0 - Z_{qq}^{012} I_{012,q}^f$$

donde:

$$\bar{V}_{012,q}^f = Z_{012}^f I_{012,q}^f$$

y de aquí,

$$\left(Z_{012}^f + Z_{qq}^{012} \right) I_{012,q}^f = \bar{V}_{012,q}^0$$

y la corriente de falla, en términos de la matriz de impedancias de falla, estará dada por:

$$I_{012,q}^f = \left(Z_{012}^f + Z_{qq}^{012} \right)^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad (9.32)$$

donde:

$$\bar{Z}_{012}^f = \text{Matriz de impedancias de falla.}$$

$$Z_{qq}^{012} = \text{Elemento } (q,q) \text{ de la matriz de impedancias nodal de secuencias del sistema.}$$

$$\bar{V}_{012,q}^0 = \text{Voltaje complejo de prefalla de secuencias en el nodo } q.$$

Una vez conocida la corriente de falla, puede calcularse los voltajes de falla en los demás nodos del sistema:

$$\bar{V}_{012,i}^f = \bar{V}_{012,i}^0 - \bar{Z}_{iq}^{012} \left(\bar{Z}_{012}^f + \bar{Z}_{qq}^{012} \right)^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad i \neq q \quad (9.33)$$

$$\bar{V}_{012,i}^f = \bar{Z}_{012}^f \bar{I}_{012,q}^f = \bar{Z}_{012}^f \left(\bar{Z}_{012}^f + \bar{Z}_{qq}^{012} \right)^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad i = q \quad (9.34)$$

Sin embargo, existirán casos en que $\bar{Z}_{012}^f$ no esté definida (esto es, algunos elementos toman el valor de ∞), de modo que es necesario utilizar la matriz de admitancias de falla, $\bar{Y}_{012}^f$. Entonces,

$$\bar{V}_{012,q}^f = \bar{V}_{012,q}^0 - \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

se substituye por la siguiente ecuación:

$$\bar{V}_{012,q}^f = \bar{V}_{012,q}^0 - \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,q}^f$$

Despejando al voltaje de prefalla en el nodo q :

$$\bar{V}_{012,q}^0 = \bar{V}_{012,q}^f + \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,q}^f$$

y haciendo un poco de álgebra, se obtiene:

$$\bar{V}_{012,q}^f = \left[\mathbf{I} + \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \right]^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad (9.35)$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz unitaria o identidad.

La corriente de falla en términos de la matriz de admitancias de falla es:

$$\bar{I}_{012,q}^f = \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,q}^f$$

Substituyendo (9.35) en la ecuación anterior:

$$\bar{I}_{012,q}^f = \bar{Y}_{012}^f \left[\mathbf{I} + \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \right]^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad (9.36)$$

Los voltajes en los demás nodos del sistema podrán ser calculados de la manera siguiente:

$$\bar{V}_{012,i}^f = \bar{V}_{012,i}^0 - \bar{Z}_{iq}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

y substituyendo (9.36) en la ecuación anterior:

$$\bar{V}_{012,i}^f = \bar{V}_{012,i}^0 - \bar{Z}_{iq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \left[\mathbf{I} + \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \right]^{-1} \bar{V}_{012,q}^0 \quad (9.37)$$

Como puede observarse, las ecuaciones (9.35) y (9.37) son aplicables para cualquier tipo de falla, independientemente que se tenga algunas indefiniciones en la matriz de impedancias de falla.

Los voltajes de falla en todos los nodos estarán en función de los voltajes de prefalla, así como de las matrices de falla y de impedancias nodal. Además, como ya se mencionó anteriormente,

únicamente se requiere calcular una columna de la matriz de impedancias nodal de secuencias.

9.4 SIMULACIÓN DE FALLAS SERIE

Este tipo de fallas involucran dos nodos del sistema, tal como se muestra en la Figura 9.3.

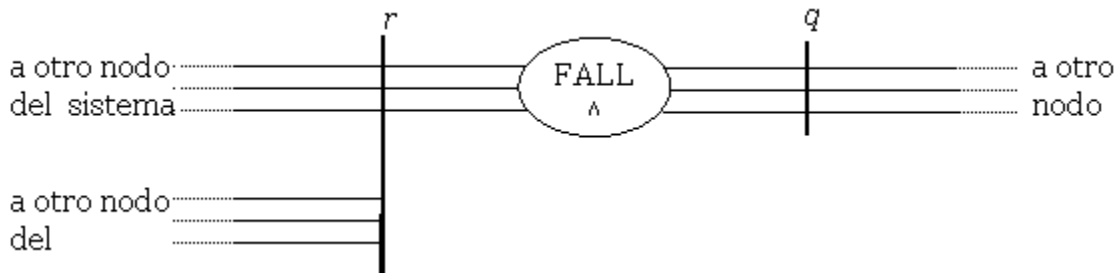


Figura 9.3. Falla serie entre los nodos r y q de un sistema eléctrico.

Entonces, el equivalente de Thevenin se obtiene entre los nodos r y q , y siguiendo la metodología para fallas en derivación, ahora se inyecta una corriente de falla en los dos nodos del sistema, a fin de determinar los voltajes.

Al igual que en las fallas en derivación, es conveniente usar la matriz de admitancias de falla, en lugar de la matriz de impedancias de falla. Aquí, las matrices de admitancias de falla también se definen con base a las diferencias de voltaje entre nodos y las corrientes que circulan por las fases correspondientes.

En términos generales, una falla serie entre los nodos r y q del sistema eléctrico, puede representarse por la Figura 9.4.

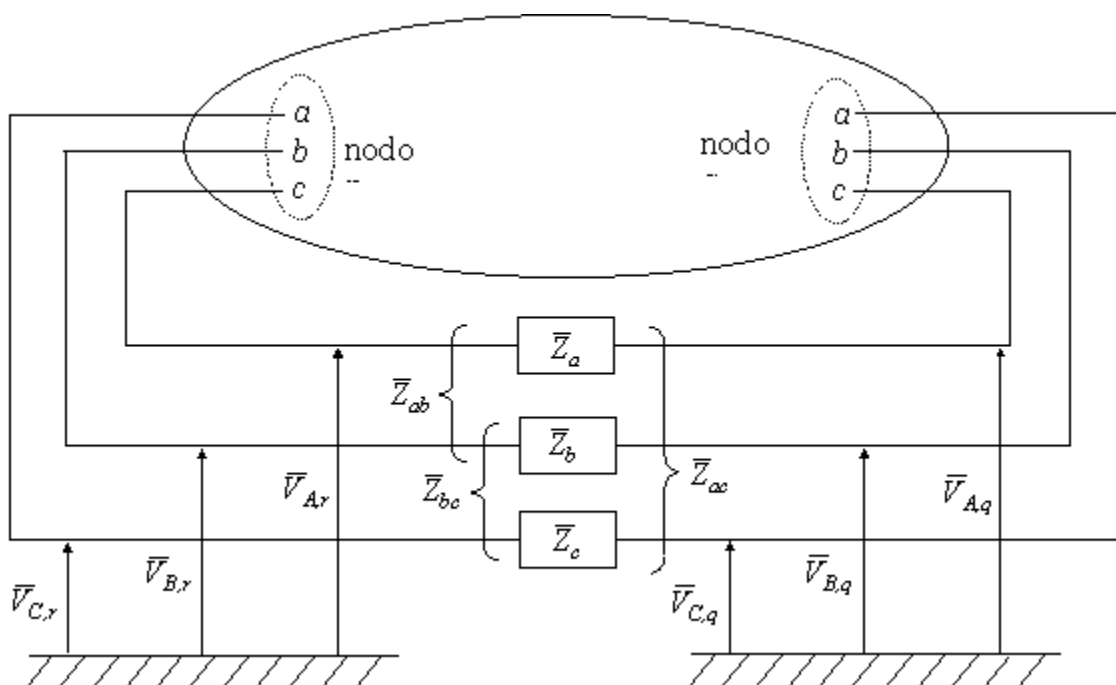


Figura 9.4. Voltajes y red de falla serie en función de impedancias entre los nodos r y q .

De la Figura 9.4, se define a los siguientes voltajes:

$\bar{V}_{Ar}$ = Voltaje complejo en el nodo r , fase a .

$\bar{V}_{Br}$ = Voltaje complejo en el nodo r , fase b .

$\bar{V}_{Cr}$ = Voltaje complejo en el nodo r , fase c .

$\bar{V}_{Aq}$ = Voltaje complejo en el nodo q , fase a .

$\bar{V}_{Bq}$ = Voltaje complejo en el nodo q , fase b .

$\bar{V}_{Cq}$ = Voltaje complejo en el nodo q , fase c .

Además, en términos de admitancias, la matriz de falla estará dada por:

$$\bar{Y}_{ABC}^f = \begin{bmatrix} \bar{y}_{aa} & \bar{y}_{ab} & \bar{y}_{ac} \\ \bar{y}_{ba} & \bar{y}_{bb} & \bar{y}_{bc} \\ \bar{y}_{ca} & \bar{y}_{cb} & \bar{y}_{cc} \end{bmatrix} \quad (9.38)$$

Si $\bar{y}_{ab} = \bar{y}_{ba}$, $\bar{y}_{ac} = \bar{y}_{ca}$, $\bar{y}_{bc} = \bar{y}_{cb}$, entonces la matriz de (9.38) se simplifica a:

$$\bar{Y}_{ABC}^f = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \bar{y}_3 \\ \bar{y}_2 & \bar{y}_4 & \bar{y}_5 \\ \bar{y}_3 & \bar{y}_5 & \bar{y}_6 \end{bmatrix} \quad (9.39)$$

Si se pasa al marco de referencia de secuencias, a través del producto matricial:

$$\bar{Y}_{012}^f = T^{-1} \bar{Y}_{ABC}^f T \quad (9.40)$$

donde $\bar{Y}_{012}^f$ es la matriz de admitancias de falla en componentes de secuencia (012), y representa el

caso general de una falla trifásica serie. Substituyendo (9.38) en (9.40) y desarrollando el producto matricial, se obtiene:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{y}_{aa} + \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{aa} - \bar{y}_{bc} + \alpha(\bar{y}_{cc} - \bar{y}_{ab}) & \bar{y}_{aa} - \bar{y}_{bc} + \alpha(\bar{y}_{bb} - \bar{y}_{ac}) \\ + 2(\bar{y}_{ab} + \bar{y}_{ac} + \bar{y}_{bc}) & + \alpha^2(\bar{y}_{bb} - \bar{y}_{ac}) & + \alpha^2(\bar{y}_{cc} - \bar{y}_{ab}) \\ \bar{y}_{aa} - \bar{y}_{bc} + \alpha(\bar{y}_{bb} - \bar{y}_{ac}) & \bar{y}_{aa} + \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} & \bar{y}_{aa} + \alpha\bar{y}_{cc} + \alpha^2\bar{y}_{bb} + 2\bar{y}_{bc} \\ + \alpha^2(\bar{y}_{cc} - \bar{y}_{ab}) & -\bar{y}_{ab} - \bar{y}_{ac} - \bar{y}_{bc} & + 2(\alpha\bar{y}_{ab} + \alpha^2\bar{y}_{ac}) \\ \bar{y}_{aa} - \bar{y}_{bc} + \alpha(\bar{y}_{cc} - \bar{y}_{ab}) & \bar{y}_{aa} + \alpha\bar{y}_{bb} + \alpha^2\bar{y}_{cc} + 2\bar{y}_{bc} & \bar{y}_{aa} + \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} \\ + \alpha^2(\bar{y}_{bb} - \bar{y}_{ac}) & + 2(\alpha\bar{y}_{ac} + \alpha^2\bar{y}_{ab}) & -\bar{y}_{ab} - \bar{y}_{ac} - \bar{y}_{bc} \end{bmatrix} \quad \dots (9.41)$$

A partir de la matriz (9.41), se puede derivar a los elementos para cada falla serie en particular, tal como se describe a continuación.

9.4.1 Una Fase Abierta

Si se supone que la fase a es la fallada, entonces $\bar{y}_{aa} = \bar{y}_{ab} = \bar{y}_{ac} = 0$, de modo que la matriz (9.41) se reduce a la siguiente:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} + 2\bar{y}_{bc} & -\bar{y}_{bc} + \alpha\bar{y}_{cc} + \alpha^2\bar{y}_{bb} & -\bar{y}_{bc} + \alpha\bar{y}_{bb} + \alpha^2\bar{y}_{cc} \\ -\bar{y}_{bc} + \alpha\bar{y}_{bb} + \alpha^2\bar{y}_{cc} & \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} - \bar{y}_{bc} & \alpha\bar{y}_{cc} + \alpha^2\bar{y}_{bb} + 2\bar{y}_{bc} \\ -\bar{y}_{bc} + \alpha\bar{y}_{cc} + \alpha^2\bar{y}_{bb} & \alpha\bar{y}_{bb} + \alpha^2\bar{y}_{cc} + 2\bar{y}_{bc} & \bar{y}_{bb} + \bar{y}_{cc} - \bar{y}_{bc} \end{bmatrix}$$

Suponiendo que $\bar{y}_{bb} = \bar{y}_{cc} = \bar{y}^f$ y $\bar{y}_{bc} = \bar{y}_m^f$, la matriz anterior se simplifica a:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\bar{y}^f + 2\bar{y}_m^f & -\bar{y}^f - \bar{y}_m^f & -\bar{y}^f - \bar{y}_m^f \\ -\bar{y}^f - \bar{y}_m^f & 2\bar{y}^f - \bar{y}_m^f & -\bar{y}^f + 2\bar{y}_m^f \\ -\bar{y}^f - \bar{y}_m^f & -\bar{y}^f + 2\bar{y}_m^f & 2\bar{y}^f - \bar{y}_m^f \end{bmatrix} \quad (9.42)$$

Ahora bien, si se supone que no existen acoplamientos mutuos entre las fases b y c , entonces $\bar{y}_m^f = 0$ y la matriz de falla en (9.42) se modifica a la siguiente:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\bar{y}^f & -\bar{y}^f & -\bar{y}^f \\ -\bar{y}^f & 2\bar{y}^f & -\bar{y}^f \\ -\bar{y}^f & -\bar{y}^f & 2\bar{y}^f \end{bmatrix}$$

lo cual resulta en:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (9.43)$$

Para el caso en que la fase b sea la fallada, se tiene el siguiente resultado:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -a^2 & -a \\ -a & 2 & -a^2 \\ -a^2 & -a & 2 \end{bmatrix} \quad (9.44)$$

y para cuando la fase c está abierta:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 2 & -a & -a^2 \\ -a^2 & 2 & -a \\ -a & -a^2 & 2 \end{bmatrix} \quad (9.45)$$

9.4.2 Dos Fases Abiertas

Para esto, se supone abiertas a las fases b y c , por lo que $\bar{Y}_{bb} = \bar{Y}_{cc} = \bar{Y}_{bc} = \bar{Y}_{cb} = \bar{Y}_{ac} = \bar{Y}_{ca} = 0$, de modo que la matriz de admitancias de falla (9.41) se simplifica a la siguiente:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} \\ \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} \\ \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} & \bar{Y}_{aa} \end{bmatrix}$$

En caso de que $\bar{Y}^f = \bar{Y}_{aa}$, entonces:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.46)$$

En caso de que las fases abiertas sean a y b , entonces:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.47)$$

Si las fases abiertas son a y c , entonces la matriz de admitancias de falla será:

$$\bar{Y}_{012}^f = \frac{\bar{Y}^f}{3} \begin{bmatrix} 1 & a^2 & a \\ a & 1 & a^2 \\ a^2 & a & 1 \end{bmatrix} \quad (9.48)$$

Al igual que con las fallas en derivación, una vez conocida la matriz de falla, es posible calcular voltajes y corrientes para una falla serie en particular. La Figura 9.5 muestra las condiciones entre los nodos r y q del sistema eléctrico.

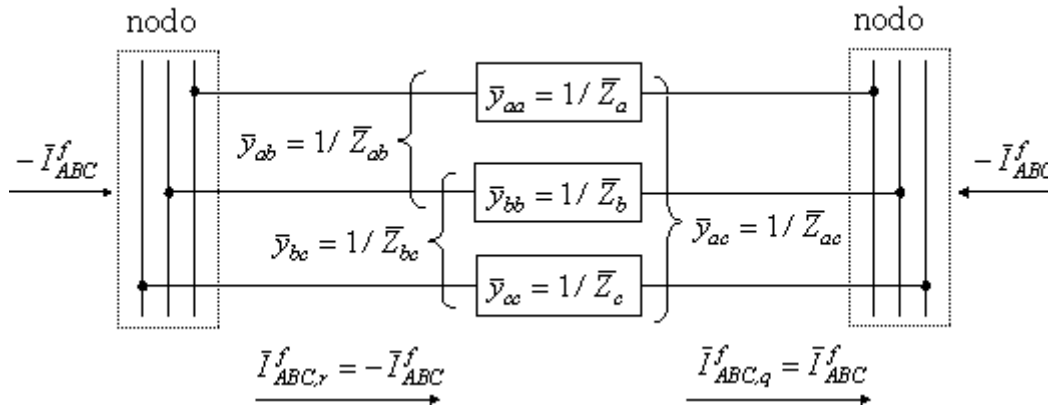


Figura 9.5. Corrientes de falla inyectadas en los nodos r y q del sistema eléctrico.

El vector de corrientes de falla será ahora como sigue:

$$\bar{I}_{ABC,NODAL}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\bar{I}_{ABC}^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ +\bar{I}_{ABC}^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{o también,} \quad \bar{I}_{012,NODAL}^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\bar{I}_{012}^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ +\bar{I}_{012}^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.49)$$

Los voltajes de falla son los siguientes:

$$\bar{V}_{012}^f = \bar{V}_{012}^0 - \bar{Z}_{012,NODAL} \bar{I}_{012,NODAL}^f$$

Notándose que en $\bar{I}_{012,NODAL}^f$ se tiene dos posiciones distintas de cero. En particular, el voltaje en el nodo r es:

$$\begin{aligned}\bar{V}_{012,r}^f &= \bar{V}_{012}^0 - \left[\bar{Z}_{rr}^{012} \left(-\bar{I}_{012}^f \right) + \bar{Z}_{rq}^{012} \bar{I}_{012}^f \right] \\ \bar{V}_{012,r}^f &= \bar{V}_{012}^0 + \bar{Z}_{rr}^{012} \bar{I}_{012}^f - \bar{Z}_{rq}^{012} \bar{I}_{012}^f\end{aligned}\quad (9.50)$$

y en el nodo q :

$$\begin{aligned}\bar{V}_{012,q}^f &= \bar{V}_{012}^0 - \left[\bar{Z}_{qr}^{012} \left(-\bar{I}_{012}^f \right) + \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{I}_{012}^f \right] \\ \bar{V}_{012,q}^f &= \bar{V}_{012}^0 + \bar{Z}_{qr}^{012} \bar{I}_{012}^f - \bar{Z}_{qq}^{012} \bar{I}_{012}^f\end{aligned}\quad (9.51)$$

La diferencia de voltaje entre ambos nodos es:

$$\begin{aligned}\bar{V}_{012,rq}^f &= \bar{V}_{012,r}^f - \bar{V}_{012,q}^f \\ \bar{V}_{012,rq}^f &= \bar{V}_{012,r}^0 - \bar{V}_{012,q}^0 + \left(\bar{Z}_{rr}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \bar{I}_{012}^f\end{aligned}$$

y de aquí,

$$\bar{V}_{012,rq}^f = \bar{V}_{012,rq}^0 + \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \bar{I}_{012}^f \quad (9.52)$$

Si $\bar{Z}_{rq}^{012} = \bar{Z}_{qr}^{012}$, la ecuación anterior se reduce a la siguiente:

$$\bar{V}_{012,rq}^f = \bar{V}_{012,rq}^0 + \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - 2\bar{Z}_{rq}^{012} \right) \bar{I}_{012}^f \quad (9.53)$$

De esta última ecuación se nota que únicamente se requiere de dos columnas de la matriz de impedancias nodal de secuencias. Por otro lado,

$$\bar{I}_{012}^f = \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012}^f$$

donde el voltaje de falla es precisamente la diferencia de voltajes entre los nodos r y q , de modo que:

$$\bar{I}_{012}^f = \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^f \quad (9.54)$$

Substituyendo (9.54) en (9.53):

$$\bar{V}_{012,rq}^f = \bar{V}_{012,rq}^0 + \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^f$$

Despejando a la diferencia de voltajes de prefalla:

$$\bar{V}_{012,rq}^0 = \bar{V}_{012,rq}^f - \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^f$$

$$\bar{V}_{012,rq}^0 = \left[I - \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \bar{Y}_{012}^f \right] \bar{V}_{012,rq}^f$$

Debido a que $\bar{V}_{012}^f = \left(\bar{Y}_{012}^f \right)^{-1} \bar{I}_{012}^f$ y haciendo:

$$\bar{Z}_{eq}^{012} = \bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012}$$

la ecuación de voltaje de prefalla resulta en la siguiente:

$$\bar{V}_{012,rq}^0 = \left[I - \bar{Z}_{eq}^{012} \bar{Y}_{012}^f \right] \left(\bar{Y}_{012}^f \right)^{-1} \bar{I}_{012}^f$$

Desarrollando:

$$\bar{V}_{012,rq}^0 = \left(\bar{Y}_{012}^f \right)^{-1} \bar{I}_{012}^f - \bar{Z}_{eq}^{012} \bar{I}_{012}^f = \left[\left(\bar{Y}_{012}^f \right)^{-1} - \bar{Z}_{eq}^{012} \right] \bar{I}_{012}^f$$

Premultiplicando ambos lados por $\bar{Y}_{012}^f$:

$$\bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^0 = \left[I - \bar{Y}_{012}^f \bar{Z}_{eq}^{012} \right] \bar{I}_{012}^f$$

Despejando a la corriente de falla de la expresión anterior:

$$\bar{I}_{012}^f = \left[I - \bar{Y}_{012}^f \bar{Z}_{eq}^{012} \right]^{-1} \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^0$$

Substituyendo el valor de la impedancia equivalente:

$$\bar{I}_{012}^f = \left[I - \bar{Y}_{012}^f \left(\bar{Z}_{rr}^{012} + \bar{Z}_{qq}^{012} - \bar{Z}_{rq}^{012} - \bar{Z}_{qr}^{012} \right) \right]^{-1} \bar{Y}_{012}^f \bar{V}_{012,rq}^0 \quad (9.55)$$

Una vez conocidas las corrientes de falla de secuencias, se substituyen en la ecuación:

$$\bar{V}_{012,NODAL}^f = \bar{V}_{012,NODAL}^0 + \bar{Z}_{NODAL}^{012} \bar{I}_{012,NODAL}^f$$

Desarrollando:

$$\bar{V}_{012,1}^f = \bar{V}_{012,1}^0 - \bar{Z}_{1r}^{012} \bar{I}_{012,r}^f - \bar{Z}_{1q}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

$$\bar{V}_{012,2}^f = \bar{V}_{012,2}^0 - \bar{Z}_{2r}^{012} \bar{I}_{012,r}^f - \bar{Z}_{2q}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\bar{V}_{012,n}^f = \bar{V}_{012,n}^0 - \bar{Z}_{nr}^{012} \bar{I}_{012,r}^f - \bar{Z}_{nq}^{012} \bar{I}_{012,q}^f$$

Generalizando:

$$\bar{V}_{012,i}^f = \bar{V}_{012,i}^0 - \bar{Z}_{ir}^{012} \bar{I}_{012,r}^f - \bar{Z}_{iq}^{012} \bar{I}_{012,q}^f \quad i = 1, \dots, n \quad (9.56)$$

REFERENCIAS

- [1] Olle I. Elgerd, "Electric Energy Systems Theory: An Introduction", McGraw-Hill, Second Edition, 1982.
- [2] J. Arrillaga, C. P. Arnold, B. J. Harker, "Computer Modelling of Electrical Power Systems", John Wiley & Sons, 1983.